

Exercices de statistique avec le logiciel R (S8)

Exercice 13. Efficacité asymptotique et maximum de vraisemblance

On considère un échantillon X_1, \dots, X_n i.i.d de $\mathcal{N}(\theta, 1)$, θ étant un paramètre inconnu.

a) On s'intéresse dans un 1er temps à l'estimation de θ par maximum de vraisemblance (MV).

· Donner l'estimateur $\hat{\theta}_n$ du MV de θ ainsi que sa loi. Quels sont le biais et l'efficacité de cet estimateur ?

· Visualiser le biais et l'efficacité de cet estimateur pour différentes tailles d'échantillon.

b) On s'intéresse maintenant à l'estimation de $P(X < \theta)$. Répondre alors aux mêmes questions qu'auparavant. Comparer aussi les résultats avec le cas précédent.

Exercice 14. Estimation non paramétrique par noyaux

a) Écrire la fonction `get.sample` qui génère un échantillon de taille $n = 100$ dont la moitié provient d'une loi uniforme entre 0 et 2 et l'autre moitié provient d'une loi normale de centre 5 et de variance 1.

b) Écrire la fonction `show.all` qui trace trois densités sur le même graphique : (i) la vraie densité, (ii) la densité estimée avec noyau uniforme et (iii) la densité estimée avec noyau normal. Pour commencer, on prendra une valeur de fenêtre $h = 0.5$.

c) Faire varier n et h pour observer leur influence sur la qualité de l'estimation. Utiliser une fonction **R** qui calcule une fenêtre optimale et visualiser la solution proposée.