

TD 6

Test de Student

Exercice 1 Tests sur la moyenne d'un échantillon gaussien

Un vigneron veut savoir quelle est la contenance moyenne des bouteilles qu'il produit. Il effectue pour cela une mesure sur un échantillon de 20 bouteilles et obtient, en centilitres, les volumes suivants.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
76	75	77	74	73	77	72	74	74	73	76	74	77	73	75	75	78	72	72	77

Supposons que la contenance d'une bouteille prise au hasard dans la production est distribuée selon une loi normale de moyenne μ et de variance σ^2 . Alors peut-on croire que $\mu = 75$?

Question 1 : Dans un premier temps on suppose que $\sigma = 2$. Effectuer un test statistique pour décider entre $H_0 : \mu = 75$ et $H_1 : \mu \neq 75$. Ensuite tester entre $H_0 : \mu = 75$ et $H_1 : \mu < 75$.

Question 2 : Supposons maintenant que σ soit inconnu. Effectuer un test statistique pour décider entre $H_0 : \mu = 75$ et $H_1 : \mu \neq 75$. Ensuite tester entre $H_0 : \mu = 75$ et $H_1 : \mu < 75$.

Exercice 2 Étude de cas : BACTER

L'évolution au cours du temps du nombre Y de bactéries dans des conditions données de température de milieu a été observée heure par heure en laboratoire. Les résultats obtenus sont les suivants.

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	3	4	5	6	8	10	13	16	22	28

Les chercheurs ayant réalisé ces mesures pensent que deux hypothèses sont vraisemblables.

H1 : La variation du nombre de bactéries est proportionnelle au temps écoulé.

H2 : Le taux de variation du nombre de bactéries est proportionnel au temps écoulé.

Question 1 : Quel modèle se « cache » derrière chacune de ces deux hypothèses ?

Question 2 : Jugez par tous les moyens possibles de la validité de ces hypothèses. Quelle hypothèse faut-il considérer comme la plus vraisemblable ?

Question 3 : La pente β est-elle supérieure à 1 dans le premier modèle et supérieure à 0.2 dans le second modèle ?

Question 4 : Quel pronostic faites-vous pour la 25^{ème} heure ?